

Mathematics (गणित)

Time Allowed : 3 Hours

Max. Marks -100

General Instructions :

All questions are compulsory. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Candidates are required to write the section code and the question number with every answer.

परीक्षार्थी प्रत्येक उत्तर के साथ खण्ड कोड एवं प्रश्न संख्या अवश्य लिखें।

The question paper consists of 29 questions divided into three sections- A,B and C. Section A comprises of 10 questions of 1 mark each. Section B comprises of 12 questions of 4 marks each and Section C comprises of 7 questions of 6 marks each.

इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो तीन खण्डों – अ, ब और स में बाँटे हुए हैं। खण्ड-अ में 10 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है, खण्ड-ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 4 अंक के हैं तथा खण्ड-स में 7 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 6 अंक के हैं।

Section – A (खण्ड-अ)

- 1 Consider a binary operation * on the set [1,2,3,4,5] defined as $a*b = a$. Find the value of $(2*3) * (4*5)$
समुच्चय [1,2,3,4,5] में एक द्विआधरी संक्रिया * पर विचार कीजिए जो $a*b = a$ द्वारा परिभाषित है तो $(2*3) * (4*5)$ का मान ज्ञात कीजिए।
- 2 Find the principal value of (निम्नलिखित का मुख्य मान ज्ञात कीजिए)
 $\tan^{-1}(\sqrt{3})$
- 3 Construct a (2×2) matrix whose element are given by $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$
एक ऐसे 2×2 आव्यूह की रचना कीजिए, जिसके अवयव $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$ द्वारा प्रदत्त हैं।
- 4 Evaluate the Determiner सारणिक का मान ज्ञात कीजिए
$$\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$$
- 5 Find the slope of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at $x = 2$
वक्र $y = x^3 - x$ के $x = 2$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।
- 6 If $y = \log\{\sin(\tan x/2)\}$ then find $\frac{dy}{dx}$
यदि $y = \log\{\sin(\tan x/2)\}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए
- 7 Find the value of (मान ज्ञात कीजिए) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$.
- 8 Find unit vector in the direction of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$.
सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए ?
- 9 Find the projection of the vector $(\hat{i} - \hat{j})$ on the vector $(\hat{i} + \hat{j})$
सदिश $(\hat{i} + \hat{j})$ पर सदिश $(\hat{i} - \hat{j})$ का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए ?

- 10 Find direction cosines of a line which makes equal angles with the co-ordinate axes.
 एक रेखा की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ समान कोण बनाती है।

Section – B (खण्ड-ब)

- 11 If $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be given by $f(x) = (3-x^3)^{1/3}$ then find of (x)
 यदि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (3-x^3)^{1/3}$ द्वारा प्रदत्त है, तो (x) को मान ज्ञात कीजिए।

- 12 Express $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1-\sin x}\right)$; $-\frac{\pi}{2} < x < 3\pi/2$ in the simplest form.
 $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1-\sin x}\right)$; $-\frac{\pi}{2} < x < 3\pi/2$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

- 13 Using properties of determiners prove that
 सारणिकों के गुणधर्म का प्रयोग करके सिद्ध करें कि

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$$

- 14 Find the value of K so that the function f is continuous at $x = \pi/2$
 K के मान को ज्ञात कीजिए ताकि प्रदत्त फलन f बिन्दु $x = \pi/2$ पर संतत हो।

$$f(x) = \begin{cases} k \cos x & ; x \neq \pi/2 \\ \pi - 2x & ; x = \pi/2 \\ 3 \end{cases}$$

- 15 If यदि $e^y (x+1) = 1$ then prove that तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$.

Or (अथवा)

If $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ then find $\frac{dy}{dx}$
 यदि $(\cos x)^y = (\cos y)^x$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- 16 Find the intervals in which the function $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ is (a) strictly increasing (b) strictly decreasing.
 अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ (a) निरंतर वर्धमान (b) निरंतर ह्रासमान है।

Or (अथवा)

A balloon, which always remains spherical, has a variable diameter $\frac{3}{2}(2x+1)$.

Find the rate of change of its volume with respect to x
 एक गुब्बारा, जो सदैव गोलाकार रहता है, का परिवर्तनशील व्यास $\frac{3}{2}(2x+1)$ है। x के सापेक्ष आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

- 17 Integrate the function (फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए)

$$\int \frac{6x+7}{\sqrt{(x-5)(x-4)}} dx$$

18

Find (का मान ज्ञात कीजिए)

$$\int \frac{3x-2}{(x+1)^2(x+3)} dx$$

19

Find (का मान ज्ञात कीजिए)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{3/2} x dx}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x}$$

20

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are unit vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, find the value of

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$$

यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ मात्रक सदिश इस प्रकार है कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ तो

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$$
 का मान ज्ञात कीजिए।

21

Find angle between the lines $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3}$ and

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$$

निम्नलिखित रेखा-युग्म के बीच का कोण ज्ञात कीजिए

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{-3} \text{ और } \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{4}$$

22

A die is thrown three times. Events A and B are defined as below.

A \rightarrow 4 on the third throwB \rightarrow 6 on first and 5 on the second throw Find the probability of A given that B has already occurred.

एक पासे को तीन बार उछालने के परीक्षण में घटना A तथा B को निम्न प्रकार से परिभाषित किया गया है A \rightarrow तिसरी उछाल पर संख्या 4 प्रकट होना B \rightarrow पहली उछाल पर संख्या 6 और दूसरी उछाल पर संख्या 5 प्रकट होगा। यदि B का घटित होना दिया गया है, तो घटना A की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Section – C (खण्ड-स)

23

Obtain the inverse of the following matrix using elementary transformation (प्रारंभिक संक्रियाओं) के प्रयोग द्वारा आव्येह का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए।

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Or (अथवा)

Solve the system of linear equation. Using matrix method. (समीकरण निकाय को आव्यूहन विधि से हल करें)

$$2x + y + z = 1, \quad x - 2y - z = \frac{3}{2}, \quad 3y - 5z = 9.$$

24

Find the local maximum and local minima, If any of the given function. Find also the local maximum and the local minimum values us the case may be.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$$

दिए गए फलन के स्थानीय उच्चतम या निम्नतम, यदि कोई हो तो ज्ञात कीजिए तथा स्थानीय उच्चतम या स्थानीय निम्नतम मान जैसी स्थिति हो, भी ज्ञात कीजिए। $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$

25

Find area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

26

Solve the differential equation (अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए)

$$x \cdot \frac{dy}{dx} - y + x \cdot \sin(y/n) = 0$$

OR

Find general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$.

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y = \cos x$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

27

Find co-ordinates of the point where the line through (3,-4,-5) and (2,-3,1) crosses the plane $2x + y + z = 7$

उस बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ बिन्दुओं (3,-4,-5) और (2,-3,1) से गुजरने वाली रेखा, सममतल $2x + y + z = 7$ के पार जाती है।

28

A card from a pack of 52 card is lost. From the remaining cards of the pack, two cards are drawn and are found to be both diamonds. Find the probability of the lost card being a diamond.

52 ताशों की गड्डी से एक पत्ता खो जाता है। शेष पत्तों में से दो पत्ते निकाले जाते हैं जो ईंट के पत्ते हैं। खो बए पत्ते की ईंट होने की प्रायिकता क्या है।

29

Solve the following problem graphically.

Minimise and maximise. $Z = 3x + 9y$

Subject to the constraints : $x + 3y \leq 60$.

$$x + y \geq 10, \quad x \leq y, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

आलेखीय विधि से निम्न समस्या को हल कीजिए

निम्न व्यवरोधो के अंतर्गत, $x + 3y \leq 60$.

$$x + y \geq 10, \quad x \leq y, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

$Z = 3x + 9y$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

THE END