

Mathematics (गणित)

वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा, 2018 के परीक्षार्थियों के लिए
प्रथम मॉक टेस्ट

Time Allowed : 3 Hours

Max. Marks -100

General Instructions :

All questions are compulsory. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Candidates are required to write the section code and the question number with every answer.

परीक्षार्थी प्रत्येक उत्तर के साथ खण्ड कोड एवं प्रश्न संख्या अवश्य लिखें।

The question paper consists of 29 questions divided into three sections- A,B and C. Section A comprises of 10 questions of 1 mark each. Section B comprises of 12 questions of 4 marks each and Section C comprises of 7 questions of 6 marks each.

इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो तीन खण्डों – अ,ब और स में बाँटे हुए हैं।
खण्ड-अ में 10 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है, **खण्ड-ब** में 12 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 4 अंक के हैं तथा **खण्ड-स** में 7 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 6 अंक के हैं।

Section – A (खण्ड-अ)

- 1 A binary composition * in the set of real numbers R is defined as
 $a * b = a + b - 1 \quad \forall a, b \in R$ Find $4*(5*9)$
वास्तविक संख्याओं की समुच्चय R में एक द्विआधारी संक्रिया * निम्नरूप परिभाषित है –
 $a * b = a + b - 1 \quad \forall a, b \in R$ तो $4*(5*9)$ का मान ज्ञात कीजिए।
- 2 Find the principal value of (मुख्य मान ज्ञात कीजिए)
$$\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{2} + \cos^{-1}\frac{1}{2}\right)$$
- 3 Construct a square matrix A of order 2×2 whose $(i,j)^{\text{th}}$ element is $(i+j)/3$.
एक 2×2 आकार के वर्ग आव्यूह A का निर्माण करें जिसका (i,j) वा अवयव $(i+j)/3$ है।
- 4 If the coordinates of P and Q are $(2,3,0)$ and $(-1,-2,-4)$ respectively, find the vector \overline{PQ}
यदि बिन्दु P और Q का स्थानांक क्रमशः $(2,3,0)$ और $(-1,-2,-4)$ हैं तो सादेश \overline{PQ} को ज्ञात कीजिए।
- 5 Show that the vectors $2\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ and $-4\bar{i} + 6\bar{j} - 8\bar{k}$ are collinear. (सिद्ध करें कि $2\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ तथा $-4\bar{i} + 6\bar{j} - 8\bar{k}$ सरेख हैं।
- 6 If (यदि) $A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ find (निकालें)
 $|2A|$
- 7 Evaluate (मान निकालें) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$
- 8 If (यदि) and (और)
If $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 7$ and
 $f(x)$ is continuous (संलग्न हो) then find the value of (तो मान निकालें) $f(3)$

- 9 Find the order of the differential equation (निम्नलिखित अवतल समीकरण का क्रम ज्ञात कीजिए।

$$2x^2 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 - 3x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

- 10 Find the distance of the plane $2x - y + 3z = 4$ from the point $(1, 0, -2)$ बिन्दु $(1, 0, -2)$ से समतल $2x - y + 3z = 4$ का दूरी ज्ञात कीजिए।

Section – B (खण्ड-ब)

- 11 Solve for x (x के लिए हल करें) –

$$\begin{vmatrix} x-3 & x & x \\ x & x-3 & x \\ x & x & x-3 \end{vmatrix} = 0$$

- 12 Prove that (साबित करें)

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{1}{3} = \frac{9}{4} \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

- 13 If $f: R \rightarrow R$ be given by $f(x) = (a - x^n)^{\frac{1}{n}}$ then find the value of $f(x)$

यदि इस तरह दिया हुआ है कि $f(x) = (a - x^n)^{\frac{1}{n}}$ तब $f(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- 14 Check the continuity of the function (निम्नलिखित फलन का सतता जाँच कीजिए)

$$f(x) = x \sin \frac{1}{x}; x \neq 0$$

$$= 0; x = 0$$

at $x = 0$ ($x = 0$ पर)

- 15 If (यदि) $x = a \cos t$ and (और) $y = b \sin t$ then find (तो ज्ञात कीजिए)

$$\frac{d^2 x}{dt^2}, \frac{d^2 y}{dt^2} \quad \text{and (और)} \quad \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Or (अथवा)

If (यदि) $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$ then find (तो ज्ञात कीजिए) $\frac{dy}{dx}$.

- 16 The radius of a circle is increases uniformly at the rate of 3 cm./sec. Find the rate of increase in area of the circle when its radius is 10cm.

एक वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी/से0 के समरूप दर से बढ़ती जा रही है। वृत्त की क्षेत्रफल वृद्धि की दर ज्ञात कीजिए जब वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है।

Or (अथवा)

Find the equation of the tangent to the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ at the point $(1, 1)$,

वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ के बिन्दु $(1, 1)$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- 17 Evaluate (मान निकालें)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^{3/2} x}{\sin^{3/2} x + \cos^{3/2} x} dx.$$

Or (अथवा)

Evaluate (मान निकालें)

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$$

18 Evaluate (मान ज्ञात कीजिए)

$$\int \frac{3x-2}{(x+1)^2+(x+3)} dx$$

Or (अथवा)

Evaluate (मान ज्ञात कीजिए)

$$\int e^{2x} \cdot \sin x dx.$$

19 Evaluate (मान निकालें)

$$\int \sqrt{3-2x-x^2} dx$$

20 Let (माना) $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ and (और) $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ Then find (तो ज्ञात कीजिए) –

(i) $\vec{a} + \vec{b}$

(ii) $\vec{a} - \vec{b}$

(iii) $|\vec{a} + \vec{b}|$ and (और) $|\vec{a} - \vec{b}|$

(iv) the angle between $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$

($\vec{a} + \vec{b}$ और $\vec{a} - \vec{b}$ के बीच की कोण)

21 Find the equation of the plane, which contains the line of intersection of the planes $\vec{r} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) - 4 = 0$ and $\vec{r} \cdot (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) + 5 = 0$ and which is perpendicular to the plane.

$$\vec{r} \cdot (5\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}) + 8 = 0$$

समतल $\vec{r} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) - 4 = 0$ और $\vec{r} \cdot (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) + 5 = 0$ के प्रतिच्छेद सरलरेखा से गुजरती हुई एक समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतल $\vec{r} \cdot (5\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}) + 8 = 0$ के साथ लम्बवत हो।

22 If यदि $P(A) = 0.8$, $O(B) = 0.5$ and और $P(B/A) = 0.4$, then find तो ज्ञात करें

(i) $P(A \cap B)$ (ii) $P(A/B)$ (iii) $P(A \cup B)$

Section – C (खण्ड-स)

23 Solve the following equations by matrix method (निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से हल करें) –

$$x - y + 2z = 7$$

$$3x + 4y - 5z = -5$$

$$2x - y + 3z = 12$$

Or (अथवा)

Find inverse of the following matrix using elementary operation

प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए।

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

- 24 Find all the points of local maxima and minima and the corresponding maximum and minimum values of the function.

निम्नलिखित फलन का सभी स्थानीय न्यून बिन्दुएँ और सर्वोच्च बिन्दुएँ तथा संगत न्यूनतम और अधिकतम मानों को ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = -\frac{3}{4}x^4 - 8x^3 - \frac{45}{2}x^2 + 105.$$

- 25 Find the shortest distance between the lines (दोनों रेखाओं के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए)

$$\vec{r} = (-\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \lambda (7\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k} + \mu (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

Or (अथवा)

- 26 Find the area of the smaller part of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ cut off by the line $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ एवं रेखा $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$ के मध्य न्यूनतम भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- 27 In a bolt factory machines A, B and C manufacture respectively 25 %, 35 % and 40 % of the bolts. Of their outputs 5 % , 4 % and 2 % are respectively defective bolts. A bolt is drawn at random from the product and is found to be defective. What is the probability that it is manufactured by the machine B ?

एक बोल्ट के कारखाने में तीन मशीने एवं सम्पूर्ण उत्पाद का क्रमशः 25 %, 35 % एवं 40 % उत्पादन करता है। इस उत्पादन में क्रमशः 5 % , 4 % एवं 2 % त्रुटिपूर्ण है। एक बोल्ट यदृच्छया चुना जाता है तथा यह त्रुटिपूर्ण होता है तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह मशीन B का उत्पाद है।

- 28 Solve (हल करें) $(1 + y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)dy$

Or (अथवा)

Solve (हल करें) $(x^2 - y^2) dx + 2xy - dx = 0$

- 29 Solve the LPP graphically (निम्नलिखित LPP को ग्राफीय विधि से हल करें।)

$$\text{Maximise } Z = 4x + y$$

$$x + y \leq 50$$

$$\text{Subject to } 3x + y \leq 90$$

$$x, y \geq 0$$