

Mathematics (गणित)

वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा, 2018 के परीक्षार्थियों के लिए
द्वितीय मॉक टेस्ट

Time Allowed : 3 Hours

Max. Marks -100

General Instructions :

All questions are compulsory. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Candidates are required to write the section code and the question number with every answer.

परीक्षार्थी प्रत्येक उत्तर के साथ खण्ड कोड एवं प्रश्न संख्या अवश्य लिखें।

The question paper consists of 29 questions divided into three sections- A,B and C. Section A comprises of 10 questions of 1 mark each. Section B comprises of 12 questions of 4 marks each and Section C comprises of 7 questions of 6 marks each.

इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो तीन खण्डों – अ,ब और स में बाँटे हुए हैं। खण्ड-अ में 10 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है, खण्ड-ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 4 अंक के हैं तथा खण्ड-स में 7 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 6 अंक के हैं।

Section – A (खण्ड-अ)

- 1 A binary composition * in the set of real numbers R is defined as

$$a * b = a+b-ab \quad \forall a,b \in R \text{ Find the value of } (2*5)*6$$

वास्तविक संख्याओं की समुच्चय R में एक द्विआधारी संक्रिया * निम्नरूप परिभाषित है –
 $a * b = a+b-ab \quad \forall a,b \in R$ तो $(2*5)*6$ का मान ज्ञात कीजिए।

- 2 Find the value of $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$

$\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ (का मान ज्ञात कीजिए)

- 3

Construct a matrix of order 2×2 whose $(i,j)^{\text{th}}$ element is given by $a_{ij} = \frac{|3i-2j|}{3}$

एक 2×2 आकार के वर्ग आव्यूह A का निर्माण कीजिए जिसका (i,j) वा अवयव

$$a_{ij} = \frac{|3i-2j|}{3}$$

- 4

If (यदि) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find (तो ज्ञात कीजिए) $3A-2B$

- 5

Using the properties of a determinant, evaluate (एक सारणिक का गुणधर्मों का प्रयोग कर, ज्ञात कीजिए।)

$$\begin{vmatrix} a & x & a+x \\ b & y & b+y \\ c & z & c+z \end{vmatrix}$$

- 6

Find the point on the curve $y = x^2 - 4x + 5$, where the tangent is parallel to x-axis

वक्र $y = x^2 - 4x + 5$, पर वह बिन्दु निकालिए जहाँ स्पर्श रेखा x-अक्ष के समान्तर हो।

- 7

Evaluate (ज्ञात कीजिए) $\int \frac{dx}{4-3x}$

- 8

Find the unit vector along the direction of the vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

सदिश $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ की दिशा में एक इकाई सदिश ज्ञात कीजिए।

9

Find projection of vector $(-\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k})$ on the vector $(-3\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k})$

सदिश $(-\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k})$ का सदिश $(-3\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k})$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

10

Fine the direction ratios of the normal to the plane $3x-7y+8z=11$

निम्नलिखित समतल का लम्ब की दिशा-अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$3x-7y+8z=11$$

Section – B (खण्ड-ब)

11

If (यदि) $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=\frac{\pi}{4}$ then find the value of x (तो x का मान ज्ञात कीजिए)

12

If $f : R \rightarrow R$ be given by $f(x) = (S-x^4)^{\frac{1}{4}}$ then find the value of $f \circ f(x)$

यदि $f : R \rightarrow R$ इस तरह दिया हुआ है कि $f(x) = (S-x^4)^{\frac{1}{4}}$ तब $f \circ f(x)$ का माना ज्ञात कीजिए।

13

Evaluate (मान ज्ञात कीजिए)

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ y^2 & zx & xy \end{vmatrix}$$

14

For what value of k is the following function continuous at $x = 2$? (k का कौन सा मान के लिए निम्नलिखित फलन $x = 2$ पर संतत है?)

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; x < 2 \\ k & ; x = 2 \\ 3x-1 & ; x > 2 \end{cases}$$

15

If (यदि) $y = x^x + (\sin x)^{\tan x}$ then find (तो ज्ञात कीजिए) $\frac{dy}{dx}$.

OR (अथवा)

If (यदि) $x = \sqrt{a^{\sin^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cos^{-1} t}}$ then prove that (तो सिद्ध कीजिए)

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$$

16

A Stone is dropped into a quiet lake and waves move in circle at a speed of 4cm per second. At the instant, when the radius of the circular wave is 10cm. how fast is the enclosed area increasing ?

एक शांत झील में पत्थर गिराया जाता है तथा तरंग वृताकार रूप में 4 सेमी प्रति सेकेन्ड की दर से आगे बढ़ती है, तो बताइए कि क्षेत्रफल किस दर से बढ़ेगा जब वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी हो ?

OR (अथवा)

Prove that the function $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 18$ is an increasing function on R. दिखाए कि फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 18$ R में क्रम वर्धित है।

17

Evaluate (मान ज्ञात कीजिए)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(x-b)}}$$

18 Find the integral (समाकलन ज्ञात करें)

$$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

19 Evaluate (मान ज्ञात कीजिए) $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x+2)(x^2+1)} dx$

20 For any vector \vec{a} and \vec{b} prove that किसी भी सदिश \vec{a} और \vec{b} के लिए सिद्ध कीजिए $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$

21 Find the equation of the plane passing through the line of intersection of the planes $3x-2y+z = 5$ and $x-y+2z = 3$ and containing the point $(1,2,3)$.
समतल $3x-2y+z = 5$ और $x-y+2z = 3$ के प्रतिच्छेद सरलरेखा तथा बिन्दु $(1,2,3)$ से गुजरती हुई समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

22 A and B be events such that $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ then find (A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ तो निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए) –

(i) $P(A \cup B)$ (ii) $P(A/B)$ (iii) $P(B/A)$ (iv) $P(B'/A)$

Section – C (खण्ड-स)

23 Solve by matrix method, the equations (आव्यूहों विधि से निम्नलिखित समीकरणों का हल कीजिए) –

$$x - y + z = 4$$

$$2x + y - 3z = 0$$

$$x + y + z = 2$$

OR (अथवा)

Find inverse of the following matrix using elementary operation (प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

24 Find the maximum and minimum value of the following function (निम्नलिखित फलन का सर्वोच्च तथा सर्वनिम्न मान ज्ञात कीजिए)

$$y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 10}$$

25 Find the area of the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ by integration.}$$

वलय $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का क्षेत्रफल समाकलन द्वारा ज्ञात कीजिए।

- 26 In answering a question on a multiple choice test, a student either known the answer or guesses. Let $\frac{3}{4}$ be the probability that he known the answer and $\frac{1}{4}$ be the probability that he guesses. Assuming that a student who guesses at the answer will lie correct with probability $\frac{1}{4}$. What is the probability that the student knows the answer given that he answered it correctly ?

एक बहुविकल्पीय प्रश्न का उत्तर देने में एक विद्यार्थी या तो प्रश्न का उत्तर जानता है या अनुमान लगाता है। मान लें कि उत्तर जानने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है और अनुमान लगाने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है। मान लें कि छात्र के प्रश्न के उत्तर का अनुमान लगाने पर सही उत्तर देने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है तो इस बात की क्या प्रायिकता है कि कोई छात्र प्रश्न का उत्तर जानता है यदि ज्ञात है कि उसने सही उत्तर दिया है ?

- 27 Solve the differential equation (अवतल समीकरण का हल करें)

$$\frac{dy}{dx} + y \sec^2 x = \tan x \sec^2 x \quad \text{where (जहाँ) } y(0) = 1$$

OR (अथवा)

Solve (हल करें)

$$2xy + y^2 - 2x^2 \frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{given that (प्रदत्त है कि) } y(1) = 2$$

- 28 Solve the LPP graphically (निम्नलिखित LPP को ग्राफीय विधि से हल करें।)

$$\text{Maximise (न्यूनतमीकरण करें)} \quad Z = x + 2y$$

$$\text{Subject to (जबकि)} \quad 2x + y \geq 3$$

$$x + 2y \geq 6$$

$$x, y \geq 0$$

- 29 Find shortest distance between the lines (दोनों रेखाओं के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए)

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \quad \text{and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$